

COGNOME e Nome..... Matricola .....

Centro di Scano di Montiferru - MATEMATICA I

A

15 marzo 2006

**Esercizio 1**

Data la funzione

$$f(x) = \frac{5}{2e^x + 5} - x^2 \sin(1 - 2x^3)$$

a) calcolare  $\int f(x) dx$

b) calcolare l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{5}{2e^x + 5} dx.$$



(d) Provare (servendosi di opportune proprietà teoriche, SENZA FARE CALCOLI) che la funzione  $f(x)$  non ha zeri.

(e) Fornire le definizioni di punto di estremo relativo e di punto critico per una generica funzione  $g(x)$ ;

- enunciare il teorema di Fermat;

- un punto di estremo è sempre punto critico? Un punto critico è sempre di estremo? Corredare le risposte di esempi grafici.

**Esercizio 3**

Si consideri la funzione  $h(x) = \log(1 + 2x^2) - \sin^2(\sqrt{3}x)$ .

(a) Determinare lo sviluppo di Maclaurin arrestato al quarto ordine di  $h(x)$ ;

(b) dedurre dallo sviluppo ottenuto che  $x = 0$  è un punto critico per  $h(x)$ , e indicarne la natura;

(c) calcolare il seguente limite:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{h(x)}{1 - \cos x}$ .

#### Esercizio 4

(A) Definire che cosa è una serie geometrica e discuterne la convergenza.

(B) Data la serie (dipendente dal parametro  $\theta \in \mathbf{R}$ )

$$\sum_{n=0}^{+\infty} (\cos \theta)^n \quad :$$

(a) trovare i valori di  $\theta \in \mathbf{R}$  per cui la serie converge

(b) trovare (se esistono) almeno due valori di  $\theta$  per cui la somma della serie valga 2

(c) provare che la serie converge assolutamente  $\forall \theta \in (0, \pi)$