

15 dicembre 2005

ESERCIZIO 1.

1. Calcolare il seguente integrale (si consiglia la sostituzione $\sqrt{x-9} = t$):

$$\int \frac{1}{x\sqrt{x-9}} dx$$

2. Calcolare la media integrale della funzione $f(x)$ sull'intervallo $[12, 36]$.

3. Calcolare il seguente integrale improprio:

$$\int_{10}^{+\infty} \frac{1}{x\sqrt{x-9}} dx$$

ESERCIZIO 2. Data $f(x) = \frac{1}{x^2} (1 - \log x)$:

1. determinare il dominio, i limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti della funzione f
2. determinare gli zeri e il segno della funzione f
3. calcolare la derivata prima e studiarne il segno
4. determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali estremi (massimi e minimi relativi e assoluti) della funzione f

5. tracciare un grafico qualitativo di f .

6. Determinare l'insieme immagine di f .

7. Tracciare un grafico qualitativo della funzione $g(x) = |f(x)|$.

8. Dire se alla funzione $g(x)$ è applicabile il teorema di Lagrange sull'intervallo $[1, 2e]$.

ESERCIZIO 3. Data la funzione $f(x) = \sqrt[3]{1+x} - \frac{1}{3}e^x - \frac{2}{3}\cos x$:

1. determinare lo sviluppo di McLaurin di ordine 2 della funzione f

2. Calcolare il $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{7x^2}$.

ESERCIZIO 4.

1. Stabilire per quali valori di $k \in \mathbf{R}$ converge la serie numerica $\sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{1}{k-1}\right)^n$.

2. Trovare (se esistono) i valori di $k \in \mathbf{R}$ per cui la somma della serie scritta sopra valga $\frac{1}{2}$.