COGNOME e Nome... **Matricola** ....

Centro di Scanu di Montiferru - MATEMATICA I A

15 dicembre 2005

ESERCIZIO 1.

1. Calcolare il seguente integrale (si consiglia la sostituzione $\sqrt{x-4} = t$):

$$\int \frac{1}{x\sqrt{x-4}}\, dx$$

2. Calcolare la media integrale della funzione $f(x)$ sull'intervallo $\left[\frac{16}{3}, 16\right]$.

3. Calcolare il seguente integrale improprio:

$$\int_5^{+\infty} \frac{1}{x\sqrt{x-4}}\, dx$$

ESERCIZIO 2. Data $f(x) = \frac{2}{x^2}\,(1 + \log x)$:

1. determinare il dominio, i limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti della funzione f

2. determinare gli zeri e il segno della funzione f

3. calcolare la derivata prima e studiarne il segno

4. determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali estremi (massimi e minimi relativi e assoluti) della funzione f

5. tracciare un grafico qualitativo di f.

6. Determinare l'insieme immagine di f.

7. Tracciare un grafico qualitativo della funzione $g(x) = |f(x)|$.

8. Dire se alla funzione $g(x)$ è applicabile il teorema di Lagrange sull'intervallo $[1, e]$.

ESERCIZIO 3. Data la funzione $f(x) = \dfrac{1}{2}\log(1+x) + \cos x - \sqrt{1+x}$:

1. determinare lo sviluppo di McLaurin di ordine 2 della funzione f

2. Calcolare il $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{x^2}$.

ESERCIZIO 4.

1. Stabilire per quali valori di $k \in \mathbf{R}$ converge la serie numerica $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{1}{1+k}\right)^n$.

2. Trovare (se esistono) i valori di $k \in \mathbf{R}$ per cui la somma della serie scritta sopra valga $\frac{1}{2}$.