POLITECNICO DI TORINO
DIPLOMA TELEDIDATICO IN
INGEGNERIA DELLE TELECOMUNICAZIONI
INGEGNERIA ELETTRONICA

TELETRUCK

batterie di test per

METODI MATEMATICI PER INGEGNERIA

marzo 1999

a cura di Anna Rosa SCARAFIOTTI

word–processate da Andrea Tardivo

Teletruck è offerto agli studenti di metodi matematici per l’ingegneria come strumento per il ripasso “dell’ultima ora”, in vista del superare in modo positivo la prova “test” d'esame.

Il docente

marzo 1999

SOMMARIO

1. Numeri complessi: operazioni in $\mathbb{C}$

Test su calcolo di: $|z|$, $\arg(z)$, $\sqrt[n]{z}$

Criteri per la scelta della risposta corretta:

a) $|z| \geq 0$, si scartano le risposte, quali ad es.: $|z| = -1$; $|z| = 1 + j$
se tutte le proposte di risposta danno $|z| \geq 0$, non rimane che eseguire il calcolo utilizzando proprietà (es. $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| + |z_2|$)
ed infine: $|z_1| = \sqrt{a_1^2 + b_1^2}$ ….($z_1 = a_1 + jb_1$)

b) arg(z): attenzione al "quadrante"

$z = a + jb \quad \Rightarrow \quad \arg(z) = J$

$z_1 = -a - jb \quad \Rightarrow \quad \arg(z_1) = p + J$

si esegue il calcolo utilizzando la proprietà (es. $\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \arg(z_1) - \arg(z_2)$)

c) $\sqrt[n]{z}$: sono in numero di n; z è (r, J)
si scartano le risposte ove il numero delle radici sia diverso da n;
si cerca la risposta esatta scegliendo quella che ha il modulo corretto $(\sqrt[n]{r})$ e argomento $\left(\frac{J}{n}\right)$

	Sia dato il seguente numero complesso: $z = \dfrac{6\sqrt{3} - j6}{-2-2j} e^{1-j\frac{\pi}{4}}$		
a)	$\lvert z \rvert = e$		Falso
b)	$\lvert z \rvert = 1$		Falso
c)	$\lvert z \rvert = \sqrt{2}$		Falso
d)	$\lvert z \rvert = 3e\sqrt{2}$	**Vero**	

$\lvert z \rvert = \dfrac{\lvert z_1 \rvert}{\lvert z_3 \rvert} \cdot \lvert z_2 \rvert$; $\quad z_1 = 3(\sqrt{3} - j)$; $\quad z_2 = e \cdot e^{-j\frac{\pi}{4}}$; $\quad z_3 = -2(1+j)$;

da $\lvert z_2 \rvert = e$ si sceglie la d) senza calcoli ulteriori

	Sia dato il seguente numero complesso: $z = \dfrac{6\sqrt{3} - j6}{-2-2j} e^{1-j\frac{\pi}{4}}$		
a)	$\arg z = -\dfrac{5}{6}\pi$		Falso
b)	$\arg z = -\dfrac{11}{6}\pi$		Falso
c)	$\arg z = -\dfrac{3}{4}\pi$		Falso
d)	$\arg z = \dfrac{1}{3}\pi$	**Vero**	

$\arg(z) = \arg(z_1) + \arg(z_2) - \arg(z_3)$ $\quad \ldots \arg(z_2) = -\dfrac{\pi}{4}$; $\quad \arg(z_3) = -\dfrac{\pi}{4} + \pi$; $\quad \arg(z_1) = -\dfrac{\pi}{6}$;

si conclude il calcolo con d)
(in questo esercizio non ci sono criteri di scelta per scarto a priori di risposte scorrette)

	Sia $z = \sqrt{3}j - 1$, una delle radici ottave di z è		
a)	$\sqrt[8]{2}e^{j\frac{\pi}{12}}$	**Vero**	
b)	$\sqrt[8]{2}e^{-j\frac{\pi}{24}}$		Falso
c)	$\sqrt[16]{3}j - 1$		Falso
d)	$\sqrt[8]{2}e^{j\frac{\pi}{24}}$		Falso

la c) è subito scartata perché si passa da $z = \sqrt{3}j - 1$ a $\sqrt[16]{3}j - 1$ contro la regola, perché $\sqrt{3}$ non è il $\lvert z \rvert$!

Poiché $\lvert z \rvert = 2$ $\qquad r \to r^{\frac{1}{8}}$ è necessario valutare ancora arg(z);

$z = 2e^{j\frac{2\pi}{3}}$, allora $\sqrt[z]{z} = z = \sqrt[8]{2}e^{j\frac{2\pi}{24}}$; la risposta corretta è la a)

2 Funzioni analitiche: Poli, Residui, $\int_g f(z)dz$

a) Test di analiticità per $f(z)$

Si può evitare il calcolo con la condizione di Cauchy–Riemann, riscrivendo $f(z)$ (per esempio ricordando che $|z| = z \cdot z^*$) ed analizzandone gli eventuali poli.
Altrimenti si utilizza la condizione di Cauchy–Riemann, avendo cura di esprimere $f(z)$ come segue: $(z = x + jy)$; $f(z) = u(x,y) + jv(x,y)$

b) Poli, calcolo di residui

Data $f(z)$, individuati i poli, è necessario stabilirne <u>l’ordine</u> per verificare il valore dei singoli residui con le opportune formule. È utile anche ricordare la formula:
polo in $z = z_0$, di ordine n, $\Rightarrow$ $f(z) = \dfrac{1}{(z - z_0)^n} h(z)$, con la $h(z)$ analitica in z_0

c) $\int_g f(z)dz$

si disegna γ, si individuano gli eventuali poli di $f(z)$; $\int_g f(z)dz = 0$ se $f(z)$ è analitica nella regione di frontiera γ.
Altrimenti vale il teorema di Cauchy $\int_g f(z)dz = 2pj \sum_{k=1}^{n} R_{f(z)}(z_k)$
(caso di k singolarità (z_k) per $f(z)$ nella regione di frontiera γ

La seguente funzione: $f(z)=\dfrac{\Re e(z)-j\Im m(z)}{j\lvert z\rvert^2}$			
a)	È analitica per ogni z		Falso
b)	È analitica solo se $\lvert z\rvert<1$		Falso
c)	È analitica solo se $\neq 0$	**Vero**	
d)	Ha una singolarità essenziale in $z_0=\infty$		Falso

Nessuna risposta, scartabile a priori;

i calcoli: $z=x+jy$; $\quad f(z)=\dfrac{x-jy}{j\left(x^2+y^2\right)}$; $\quad f(z)=\dfrac{z^*}{j\,z\,z^*}$; $\quad f(z)=\dfrac{1}{jz}$

allora $f(z)$ ha in $z_0=0$ un polo; la risposta è c)

Il residuo di $f(z)=\dfrac{z}{\left(z^2+1\right)^2(z+1)}$ in j è uguale a			
a)	$\dfrac{1}{2}(1+j)$		Falso
b)	$-\dfrac{1}{8}-\dfrac{1}{8}j$		Falso
c)	$\dfrac{j}{j+1}$		Falso
d)	$\dfrac{1}{8}$	**Vero**	

Nessuna risposta, scartabile a priori;

$f(z)=\dfrac{1}{(z-j)^2}h(z)$; $\quad h(z)=\dfrac{z}{(z+j)^2(z+1)}$; in $z_0=j$ si trova un polo del 2° ordine

il residuo è $h'(j)=\dfrac{1}{8}$; al risposta giusta è d)

Sia γ la circonferenza di centro l'origine, raggio $p/2$; allora $\displaystyle\int_g \frac{e^z-z-1}{(\sinh z)^2}dz$ è uguale a:			
a)	pj		Falso
b)	0	**Vero**	
c)	½		Falso
d)	$2\ j\left(e^{\overline{2}}-\dfrac{}{2}\quad 1\right)$		Falso

$f(z)=\dfrac{e^z-z-1}{(\sinh z)^2}$; $\qquad z_0=0$, è nella regione γ

Tenendo conto degli sviluppi di Laurent, centrati in $z_0=0$, si verifica che $f(z)$ è analitica in $z_0=0$; la risposta è b)

Sia γ la circonferenza di centro 1 e raggio 2; allora $\oint_g \frac{\cosh 5z}{(z+2)(z^2-4)}dz$ è uguale a:			
a)	$2pj\frac{\cosh 10}{16}$	**Vero**	
b)	0		Falso
c)	$2pj\left(\frac{20}{16}\sinh 10 - \frac{\cosh 10}{16}\right)$		Falso
d)	$2pj\frac{\sinh 10}{16}$		Falso

$f(z)$ ha in $z_0 = 2$ un polo semplice, z_0 è interno a γ, si scarta la risposta b), si scarta la risposta c) che "allude" (formule di Cauchy) a <u>due</u> poli.

Poiché $f(z) = \frac{\cosh z \cdot 5}{(.......)}$ si sceglie a) ….cosh 10… (non è necessario completare i calcoli)

Sia γ la circonferenza di centro $z_0 = j$ e raggio 1; allora $\int_g \frac{\sin z}{z^2+1}dz$ è uguale a:			
a)	$pj\sinh 1$	**Vero**	
b)	0		Falso
c)	$2pj\sinh j$		Falso
d)	p		Falso

$f(z) = \frac{\sin z}{(z - j)(z + j)}$; $z_0 = j$ è il centro di γ, dunque $\int_g f(z)dz \neq 0$: si scarta b)

$R(j) = \frac{\sin j}{2}$; $\sin j = j\sinh 1$: quindi la risposta esatta è la a)

3 Serie di Fourier

Batterie di Test

- da $x(t)$ periodica: a serie di Fourier
  - calcolo di $a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)dt$
- da $P_n(t)$ di Fourier: calcolo dell'energia
  - $\|P_n(t)\| = Ta_0^2 + \frac{T}{2}\sum_{k=1}^{n}\left(a_k^2 + b_k^2\right)$

Criteri di scelta:

- riconoscere il periodo T; (ricordare che $T = \frac{2p}{w}$)
- valutare a_0; (se $a_0 \neq 0$, valutarne almeno il segno)

Sia $x(t)$ una funzione uguale a $2t$ nell'intervallo $[-1.5,+1.5[$ periodica di periodo 3, allora la sua serie di Fourier è uguale a:			
a)	$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{6}{np} (-1)^{n+1} \cos n \frac{2p}{3} t$		Falso
b)	$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{6}{np} (-1)^{n+1} \sin n \frac{2p}{3} t$	**Vero**	
c)	$3 + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{6}{np} (-1)^{n+1} \sin n \frac{2p}{3} t$		Falso
d)	$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{np} \sin nt$		Falso

Scarto c) perché $a_0 = 0$ … $x(t)$ è una funzione dispari!
Scarto a) perché $x(t)$ è una funzione dispari

Scarto d) perché T=3 …sarebbe $T = \frac{2p}{1}$

La risposta corretta è b) … $w = \frac{2p}{3}$

Sia $x(t)$ una funzione uguale a $-t$ nell'intervallo $[-2,+4[$ periodica di periodo 6, allora la sua serie di Fourier è uguale a:			
a)	$2 + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{jn2pt}$		Falso
b)	$4 + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{jn\frac{p}{3}t}$		Falso
c)	$-1 + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{jn\frac{p}{3}t}$	**Vero**	
d)	$\sum_{n=-2}^{+4} c_n \sin \frac{n}{3} t$		Falso

Scarto a) e d) perché T=6
Scarto b) perché $a_0 < 0$

La risposta corretta è c) … $w = \frac{2p}{6}$; $w = \frac{p}{3}$ senza eseguire calcoli

Sia $P_2(t)$ il seguente polinomio di Fourier: $P_2(t) = 1 + \frac{\sqrt{8}}{8}\cos 10pt - \frac{1}{4}\sin 5pt$ allora la sua energia è uguale a :			
a)	$\left\|P_2(t)\right\|^2 = 7/16$	**Vero**	
b)	$\left\|P_2(t)\right\|^2 = 3/32$		Falso
c)	$\left\|P_2(t)\right\|^2 = 35/16$		Falso
d)	$\left\|P_2(t)\right\|^2 = 35/32$		Falso

Nessuna risposta scartabile a priori; (se fosse dato un risultato <0, lo sarebbe!)

Calcolo $T = \frac{2p}{w}$ (qui $w = \frac{2}{5}$; $a_1 = \frac{1}{4}$; $b_1 = \frac{\sqrt{8}}{8}$; $a_1^2 + b_1^2 = \frac{1}{16} + \frac{1}{8}$

I calcoli portano alla risposta a)

Non è necessario completarli perché si scartano b) e d) con denominatore =32

4 Scomposizione in fratti semplici di funzioni $f(s)$ razionali

Per cominciare si analizzano i gradi dei polinomi a numeratore e denominatore:

- se *grado numeratore* $\geq$ *grado denominatore*, si prendono in considerazione le risposte che presentano addendi polinomiali $\left(a_n s^n\right)$; se i gradi sono uguali (*n*=0) la decomposizione presenta un termine $a_0 \in \Re$.

- Gli addendi sono del tipo (*) $\dfrac{A^{-m}}{(s-s_0)^m}$; $B\dfrac{s-s_1}{(s-s_1)^2+w_1^2}$; $\dfrac{Cw_1}{(s-s_1)^2+w_1^2}$

  [i coefficienti $A^{-m}, B, C,$ non sempre sono da calcolare, si esprimono mediante il calcolo dei residui dei poli di $f(s)$]

- Per riconoscere gli addendi (*) si deve decomporre in fattori il denominatore, e scegliere quindi la risposta corretta

Dire di che tipo è la scomposizione in fratti semplici di $\dfrac{5s^3+3s^2+8s+9}{(s^2+4s+20)(s+5)}$			
a)	$\dfrac{A}{(s^2+4s+20)}+\dfrac{B}{(s+5)}$		Falso
b)	$5+A\dfrac{s+2}{(s+2)^2+16}+B\dfrac{4}{(s+2)^2+16}+\dfrac{C}{s+5}$	**Vero**	
c)	$\dfrac{A}{s+4}+\dfrac{B}{s^2+4s+20}+\dfrac{C}{s+5}$		Falso
d)	$5+\dfrac{A}{s-4}+\dfrac{B}{s-5}+\dfrac{C}{s+5}$		Falso

I gradi a numeratore e denominatore sono uguali: si scartano a) e c)
$a_0=5$ è corretto
per procedere alla scelta si osserva che $s=-5$ è un polo del primo ordine, $s=-2\pm 4j$ sono poli del primo ordine, complessi coniugati, allora si cercano addendi del tipo $\mathrm{A}\dfrac{\mathrm{s}+2}{(\mathrm{s}+2)^2+16}$,

$\mathrm{B}\dfrac{4}{(\mathrm{s}+2)^2+16}$ e quindi la risposta corretta è la b)
si può più velocemente decidere di escludere d) che dà i poli $s=4$ e $s=5$, <u>ERRATI</u>

La funzione razionale $\dfrac{8s^2+34s+100}{s(s^2+4s+20)}$ ha la seguente scomposizione in fratti semplici:			
a)	$3\dfrac{s+2}{(s+2)^2+16}+2\dfrac{4}{(s+2)^2+16}+\dfrac{5}{s}$	**Vero**	
b)	$\dfrac{A}{s+2-s\sqrt{6}}+\dfrac{B}{s+2+s\sqrt{6}}+\dfrac{5}{s}$		Falso
c)	$\dfrac{3}{2}\dfrac{s+2}{(s+2)^2+16}-\dfrac{4}{(s+2)^2+16}+\dfrac{5}{s}$		Falso
d)	$8+\dfrac{A}{s+2}+\dfrac{B}{s-4}+\dfrac{5}{s}$		Falso

Numeratore : grado 2
Denominatore : grado 3, …si esclude la d)
Scomposizione del denominatore: $s\left((s+2)^2+16\right)$, si esclude la b), con poli errati
Per decidere tra a) e c) è necessario calcolare almeno un coefficiente
Il risultato corretto è a)

…se non si ricordano le regole(!!!) per calcolare i coefficienti, si può partire, per esempio dalla risposta a) e "ricomporre" per trovare la $f(s)$ data

$$\frac{3(s+2)\cdot s+8s+5(s^2+4s+20)}{s(s^2+4s+20)}$$

- per scegliere la risposta esatta è opportuno usare regole e tavole di trasformate ed antitrasformate
- se tra le proposte di risposta compare la distribuzione $d(w)$ (ovvero $d(w-w_0)$) si prendono per prime queste in analisi ricordando, per es.
  $\mathscr{F}(\sin w_0 t)$, $\mathscr{F}(\cos w_0 t)$, $\mathscr{F}(1)$, $\mathscr{F}\left(e^{jw_0 t}\right)$
- la scelta conclusiva richiede comunque il calcolo della trasformata: le proposte sono verifiche per il loro risultato

Proprietà di $x(t)$ (lette in $\mathscr{F}(w)$): abbiamo
- domande sul periodo T
- domande sul supporto di $x(t)$ [“ $x(t)$ nulla per |t|>2”]

É necessario aver riflettuto sulle tavole per le trasformate di base e sulla formula $T = \dfrac{2p}{w}$;

ad es. se $\mathscr{F}(w) = \dfrac{4\sin^2 w}{w^2} \sum d\left(w + \dfrac{np}{2}\right)$ allora è T=4, perché $w_0 = \dfrac{p}{2}$

La trasformata di Fourier di $2u(t+2)-5u(t)+3u(t-3)$ è			
a)	$2\frac{2}{jw}e^{2jw}-5\frac{1}{jw}e^{-3jw}+pd(w)$		Falso
b)	$\frac{2}{jw}e^{-2jw}+2pd(w)-5d(w)+3d(w-3)$		Falso
c)	$\frac{4\sin w}{w}e^{jw}-\frac{6\sin\frac{3w}{2}}{w}e^{-j\frac{3w}{2}}$	**Vero**	
d)	$2d(w+2)-5d(w)+3d(w-3)$		Falso

Si esclude d) (leggendo nelle tavole che ogni addendo è la trasformata di $\frac{1}{2p}e^{jw_0t}$

con $w_0=-2,\ \ w_0=0,\ \ w_0=3$

in modo analogo si escludono b) ed a) (per la presenza di $pd(w)$)

la risposta esatta è la c)

Sia $x(t)=2tp_1(t-1/2)+2p_2(t-2)-2(t-4)p_1(t-7/2)$; la sua trasformata di Fourier è:			
a)	$4j\frac{\sin(w/2)}{w^2}\left(e^{-j\frac{7w}{2}}-e^{-j\frac{w}{2}}\right)$	**Vero**	
b)	$\frac{4w\cos(w/2)-\sin(w/2)}{w^2}e^{-jw}$		Falso
c)	$2e^{-j\frac{w}{2}}\frac{\sin(w/2)}{w}+\frac{4\sin w}{w}e^{-2jw}-4e^{-j\frac{7w}{2}}\frac{\sin(w/2)}{w}$		Falso
d)	$e^{-j\frac{w}{2}}+pd(w)+2e^{-jw}+pd(w-2)-e^{-j\frac{7w}{2}}+pd\left(w-\frac{7}{2}\right)$		Falso

Si esclude d) per la presenza di $d(w)$

Si escludono b) e c) perché mancano “fattori” e^{-jwt} di “traslazione” $w_0=\frac{1}{2};\ \ w_0=-\frac{7}{2}$

La risposta corretta è la a) ove il fattore $e^{-j\frac{7w}{2}}$ riporta a $p_1(t-7/2)$ (regola di traslazione nel tempo) …non è necessario eseguire altri calcoli

Un segnale $x(t)$ ha la seguente trasformata di Fourier: $d(w-1)+2d(w-3)$, allora $x(t)$:			
a)	Non esiste		Falso
b)	È periodica di periodo 1		Falso
c)	Non è periodica		Falso
d)	È periodica di periodo $2p$	**Vero**	

Dalla formula $T = \dfrac{2p}{w_0}$ e dalla $\mathscr{F}\left(e^{-jwt}\right) = 2pd(w-w_0)$ abbiamo:

$d(w-1) \rightarrow \mathscr{F}^{-1} \rightarrow x_1(t)$ di $T = \dfrac{2p}{1}$ $\quad (w_0 = 1)$

$d(w-3) \rightarrow \mathscr{F}^{-1} \rightarrow x_2(t)$ di $T = \dfrac{2p}{3}$ $\quad (w_0 = 3)$

per le regole si escludono a priori a) e c)

b) è errata: si confonde w_0 con T

d) è soluzione corretta: la somma di $x_1(t)+x_2(t)$ ha periodo $T = 2p$

Da $x(t)$ a $\mathfrak{L}(s)$:

- se $x(t)$ è espresso come $x_1(t)+x_2(t)$ si suggerisce di fare verifiche sui singoli addendi, utilizzando le tavole;
- spesso è utile trasformare $x(t)$ in modo da "*entrare nelle tavole*" e ricordare che:

  $\mathfrak{L}[x(t)] = \frac{1}{s}\mathfrak{L}[x'(t)] \qquad \mathfrak{L}[p_a(t)] = \frac{2\sinh\frac{as}{2}}{s}$
- è sempre opportuno ricordare che $\mathfrak{L}[u(t-t_0)] = \frac{1}{s}e^{-t_0 s}$
- talvolta per utilizzare le tavole è utile riscrivete $x(t)$ o $\mathfrak{L}(s)$ in altra forma: es.

  $\mathfrak{L}[u(t+1)-u(t-2)] = \frac{1}{s}e^{s} - \frac{1}{s}e^{-2s}$
- la risposta è scritta come: $\mathfrak{L}(s) = \frac{e^{-\frac{1}{2}s}}{s}\left[e^{\frac{3}{2}s} - e^{-\frac{3}{2}s}\right] = \frac{1}{s}e^{-\frac{1}{2}s}2\sinh\frac{3}{2}s$

Sia $x(t)$ il seguente segnale: $\frac{t}{2}p_4(t-2)+2u(t-4)$, allora la sua trasformata di Laplace è			
a)	$\frac{\sinh(2s)}{s^2}e^{-2s}$	**Vero**	
b)	$\frac{2s\cosh(2s)-\sinh(2s)}{s^2}e^{-2s}$		Falso
c)	$\frac{2\sinh(2s)}{s}+e^{-4s\frac{1}{s}}$		Falso
d)	$\frac{\sinh(2s)}{s}e^{-2s}$		Falso

d) è errata perché è la trasformata di una porta $p_a(t)$ con $a=4$, traslata di $t_0=2$

c) è errata perché è la trasformata di $p_4(t)+u(t-4)$

si sceglie a) perché b) contiene cosh(2*s*) (non recuperabile in tabelle)

Un segnale $x(t)$ ha la seguente trasformata di Laplace (bilatera): $\frac{1}{(s+2)}e^{-3s}$ allora $x(t)$ è tale che:			
a)	$x(t)=e^{-2(t-3)}u(t-3)$	**Vero**	Falso
b)	$x(t)=e^{-2(t-3)}u(t)$		
c)	$x(t)=e^{-2t-3}u(t-3)$		Falso
d)	$x(t)=e^{-2t+3}u(t-3)$		Falso

Dalle tavole: $\frac{1}{s-s_0}\rightarrow\mathfrak{L}^{-1}\rightarrow u(t)e^{s_0 t};\quad \frac{1}{s}e^{-t_0 s}\rightarrow\mathfrak{L}^{-1}\rightarrow u(t-t_0)$

Allora si scarta b), e si verifica l'esponente di c)

La risposta corretta è la a)

La trasformata di Laplace di $u(t-1)e^{3t}$ è:			
a)	$\frac{1}{s-3}e^{-s}$		Falso
b)	$\frac{1}{s-3}$		Falso
c)	$\frac{1}{s-1}e^{-3s}$		Falso
d)	$\frac{1}{s-3}e^{3-s}$	**Vero**	

Si scarta b) (uso delle tavole $\frac{1}{s-3}$ è $\mathfrak{L}(s)$ per e^{3t})

In modo analogo si scarta a)

Per la verifica di d) si riscrive $x(t)=u(t-1)e^{3(t-1)}e^{3}$ (*)

$\mathfrak{L}(x(t))=e^{3}e^{-s}\mathfrak{L}\left[u(t)e^{3t}\right]$ di qui la risposta d)

è sufficiente arrivare alla (*) per scegliere d) che presenta il fattore e^3 che <u>non</u> compare in altre risposte.

Conclusioni

- scegliere le batterie su cui si ritiene più approfondito lo studio personale, cioè leggere tutte le proposte (non è detto che il primo blocco sia il primo da affrontare)

- scegliere per prime le batterie che richiedono pochi calcoli per individuare la risposta corretta

- tener conto che è possibile siano proposte due risposte vere

…buona fortuna! (nota del "battitore")