

Trasformate di Fourier e prime proprietà

**9.1] Calcolo con la definizione**

A] Si ricordi che la trasformata di Fourier di una funzione  $x(t)$  è data (nel caso che l'integrale converga) da:

$$\mathcal{F}[x(t)] = X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt$$

Si calcoli la trasformata di Fourier di:

- 1)  $x(t) = u(t) - u(t - a)$
- 2)  $x(t) = u(t)e^{-t}$
- 3)  $x(t) = u(-t)e^t$

**9.2] Calcolo utilizzando la proprietà di linearità e trasformate note**

B] Utilizzando la proprietà di **linearità**:

$$\mathcal{F}[\alpha x(t) + \beta y(t)] = \alpha X(\omega) + \beta Y(\omega)$$

Si calcoli la trasformata di Fourier di:

$$x(t) = \frac{1}{2}e^{-|t|}$$

Si tenga presente che:

$$e^{-|t|} = u(-t)e^t + u(t)e^{-t}$$

**9.3] Trasformata di Fourier del gradino**

C] Si discuta la possibilità di calcolare con l'integrale la trasformata di Fourier di  $u(t)$ . Si cominci cioè a fare il calcolo dell'integrale di Fourier segnalando la ragione per cui l'integrale non converge. Si tenga presente che:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-j\omega t} = \lim_{t \rightarrow +\infty} (\cos \omega t - j \sin \omega t)$$

Si osservi poi che, facendo il calcolo in ambito distribuzionale, si ha:

$$\mathcal{F}[u(t)] = \frac{1}{j\omega} + \pi\delta(\omega)$$

### 9.4] Calcolo utilizzando la proprietà di traslazione nel tempo e $\mathcal{F}$ note

D] Ricordando la proprietà di **traslazione nel tempo**:

$$\mathcal{F}[x(t - t_0)] = X(\omega)e^{-j\omega t_0}$$

a) Si faccia la trasformata di:

$$u(t - 3)e^{-(t-3)}$$

b) Dopo aver calcolato la trasformata di  $p_a(t) = u(t + \frac{a}{2}) - u(t - \frac{a}{2})$  si calcoli la trasformata di Fourier di:

$$p_a(t - \frac{a}{2})$$

si confronti il risultato ottenuto con quello del primo esercizio del punto A].

### 9.5] Calcolo utilizzando la proprietà di traslazione in frequenza e $\mathcal{F}$ note

E] Ricordando la proprietà di **traslazione in frequenza**:

$$\mathcal{F}[x(t)e^{j\omega_0 t}] = X(\omega - \omega_0)$$

Si faccia la trasformata di:

a)  $u(t)e^{jt}$

b)  $u(t) \sin 3t$

### 9.6] Calcolo utilizzando le proprietà di linearità e traslazione

F] Utilizzando trasformate già calcolate e le proprietà di linearità e di traslazione, si facciano le seguenti trasformate di Fourier:

a)  $x(t) = -3p_2(t + 1) + 3p_2(t - 1)$

b)  $x(t) = [u(t) - u(t - 2\pi)] \cos 2(t - \frac{\pi}{2})$

G] Utilizzando trasformate già calcolate e le proprietà di linearità e di traslazione, si faccia la trasformata di Fourier del seguente segnale dato graficamente:

